

SORU1;

- a) $x - 2y = 0$ doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız
b) $x = -2$ doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız **(20 puan)**

SORU2: $A(1, -1)$ noktası etrafında dönme açısı $\frac{\pi}{6}$ olan dönmenin denklemini yazınız. Bu dönme altında $O(0,0)$ noktasının resmini bulunuz. **(20 puan)**

SORU3: Aşağıdaki kuadriklerin çeşidini belirleyiniz:

$$2x^2 + y^2 - z^2 + 5 = 0$$

$$2x^2 - 4z^2 + y = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 3z^2 - 5 = 0$$

$$y^2 - 2z^2 + 3 = 0 \quad \text{(20 puan)}$$

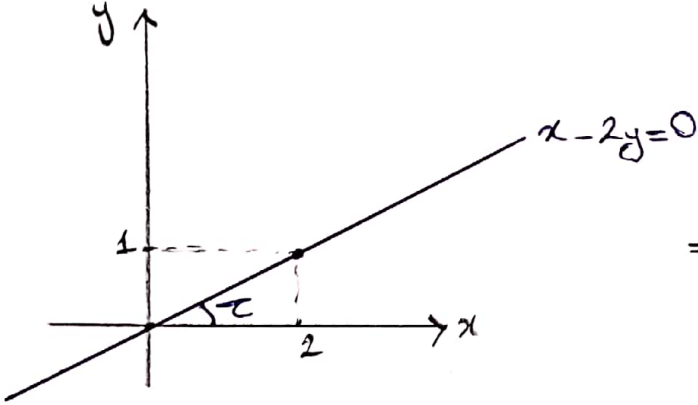
SORU4: $x^2 - y^2 + 2x - 2y + 5z + 4 = 0$ kuadriğinde birinci dereceden terimleri yok edecek olan ötelemeyi bulunuz. Kuadriğin ötelemeden sonra yeni koordinat sistemindeki denklemini yazınız. Kuadriğin çeşidini belirleyiniz **(20 puan)**

SORU5: $x^2 + 3xy + 4y^2 + 2x - y = 0$ koniğinin $P(1, -2)$ noktasına göre kutup doğrusunu bulunuz. **(20 puan)**

Prof. Dr. Emin KASAP

CEVAP ANAHTARI

1) a-) $x - 2y = 0$ doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız.



$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} \sqrt{5} \\ \alpha \\ 2 \end{array}$$

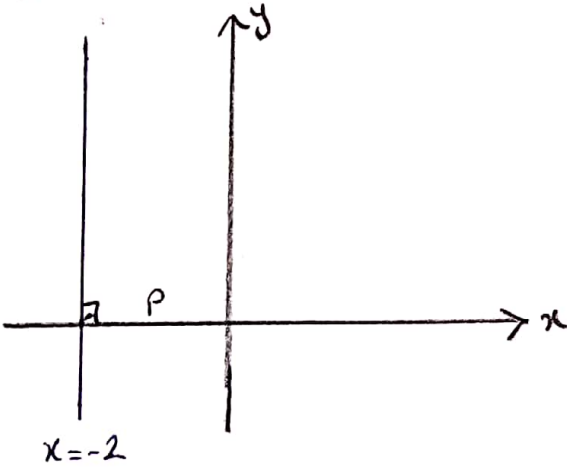
$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

$$\begin{cases} x' = x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha \\ y' = x \sin 2\alpha - y \cos 2\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \end{cases} \text{ bulunur}$$

b-) $x = -2$ doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız.



$$P = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \theta = \pi$$

$$\begin{cases} x' = x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha + 2P \cos \theta \\ y' = x \sin 2\alpha - y \cos 2\alpha + 2P \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -x - 4 \\ y' = y \end{cases} \text{ bulunur.}$$

2) $A(1, -1)$ noktası etrafında dönme açısı $\frac{\pi}{6}$ olan dönmenin denklemini yazınız. Bu dönme altında $O(0,0)$ noktasının resmini bulunuz.

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha + h(1 - \cos \alpha) + k \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha + k(1 - \cos \alpha) - h \sin \alpha \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \quad h = 1, \quad k = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{\sqrt{3}-3}{2} \end{cases} \text{ olur.}$$

$$(0,0) \rightarrow \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}-3}{2} \right) \text{ bulunur.}$$

3) Aşağıdaki kvadrıkların cesidini belirleyiniz.

$$2x^2 + y^2 - z^2 + 5 = 0 \rightarrow \text{Çift Kanatlı Hiperboloid}$$

$$2x^2 - 4z^2 + y = 0 \rightarrow \text{Hiperbolik Paraboloid}$$

$$x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 3z^2 - 5 = 0 \rightarrow \text{Elipsoid}$$

$$y^2 - 2z^2 + 3 = 0 \rightarrow \text{Hiperbolik silindir.}$$

4) $x^2 - y^2 + 2x - 2y + 5z + 4 = 0$ kvadrığında birinci dereceden terimleri yok edecek olan ötelemeji bulunuz. Kvadrığın ötelemeden sonra yeni sistemdeki denklemini yazınız. Kvadrığın cesidini belirleyiniz.

$$\begin{cases} x = x' + p \\ y = y' + q \\ z = z' + r \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &(x'+p)^2 - (y'+q)^2 + 2(x'+p) - 2(y'+q) + 5(z'+r) + 4 = 0 \\ &\Rightarrow x'^2 - y'^2 + \underbrace{(2p+2)}_0 x' + \underbrace{(-2q-2)}_0 y' + 5z' + \underbrace{(p^2 - q^2 + 2p - 2q + 5r + 4)}_0 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p = -1, \quad q = -1, \quad r = -\frac{4}{5}$$

0 halde öteleme

$$\begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' - 1 \\ z = z' - \frac{4}{5} \end{cases}$$

0 olur. Konik denklemini ise

$$\boxed{x'^2 - y'^2 + 5z'^2 = 0} \text{ olup hiperbolik paraboloiddir.}$$

5) $x^2 + 3xy + 4y^2 + 2x - y = 0$ konisinin $P(1, -2)$ noktasına göre kutup doğrusunu bulunuz.

$$\phi_x|_p \cdot x + \phi_y|_p \cdot y + \Delta x(p) + \epsilon y(p) + 2F = 0$$

$$\phi_x = 2x + 3y + 2 \Rightarrow \phi_x|_p = -2$$

$$\phi_y = 3x + 8y - 1 \Rightarrow \phi_y|_p = -14$$

$$\Delta = 2, \epsilon = -1, x(p) = p_1 = 1, y(p) = p_2 = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{x + 7y - 2 = 0} \text{ olur.}$$